

U. Didáctica 1: Divisibilidad. Números enteros.

RECUERDA:

Si la división de un número A , entre otro número B , es exacta, entonces decimos que:

- El número A es **divisible** por el número B .
- El número A es **múltiplo** de B .
- El número B es **un divisor** del número A .

Ejemplo: $28 : 7 = 4$ es exacta, decimos: 28 es divisible por 7, 28 es múltiplo de 7 ó 7 es un divisor de 28.

Los **múltiplos** de un número A se obtienen al multiplicar A por cualquier otro número k .

Ejemplo: Los múltiplos de 5 son $5 \times 1, 5 \times 2, 5 \times 3, 5 \times 4, \dots$, es decir 5, 10, 15, 20, ...

Los **divisores** de un número A se obtienen buscando las divisiones exactas:

Si $A : b = c$ es exacta, entonces $A : c = b$ es exacta y b y c son divisores de A

Ejemplo: Los divisores de 10 son 1, 2, 5 y 10 pues son los únicos números que al dividir a 10 el resto es cero (división exacta).

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Los **criterios de divisibilidad** son unas reglas que sirven para saber si un número es divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11...

- Un número es **divisible por 2** si termina en 0 o cifra par (2, 4, 6, 8).
- Un número es **divisible por 3** si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
- Un número es **divisible por 4** si sus dos últimas cifras son múltiplos de 4
- Un número es **divisible por 5** si termina en 0 ó 5.
- Un número es **divisible por 6** si lo es por 2 y por 3.
- Un número es **divisible por 9** si la suma de sus cifras es múltiplo de 9
- Un número es **divisible por 10** si termina en cero.
- Un número es **divisible por 11** si la diferencia entre la suma de sus cifras en posición impar menos la suma de sus cifras en posición par es 0 ó múltiplo de 11

1. Calcula todos los divisores de:

a) 18	
b) 39	
c) 100	
d) 17	

2. Halla en cada caso el posible valor de A para que se cumpla la condición pedida.

a) A370 es divisible por 2 y 3	
b) 43A5 es divisible por 3 y 5	
c) 238A es divisible por 2 y 5	
d) 9A40 es divisible por 7 y 11	

3. Construye con estos cuatro dígitos {0, 0, 1, 5} todos los números posibles de tres cifras que sean:

a) Múltiplos de 2	
b) Múltiplos de 3	
c) Múltiplos de 5.	
d) Múltiplos de 10	

4. Escribe todos los múltiplos de 12 comprendidos entre 120 y 150.

5. Aplicando las reglas de divisibilidad, completa la siguiente tabla.

Divisible Por:	Números								
	12	20	35	51	75	81	110	185	210
2									
3									
5									
10									

NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS

- Un número se dice que es **primo** si sólo tiene dos divisores: él mismo y la unidad.
- Un número se dice que es **compuesto** si tiene más de dos divisores.
- El número 1 sólo tiene un divisor por eso no se considera ni primo ni compuesto.

Ejemplo: El número 7 es primo porque sólo tiene dos divisores 1 y 7.
El número 15 es compuesto porque tiene más de dos divisores, 1, 3, 5 y 15.

6. Indica cuáles de los siguientes números son primos y cuáles son compuestos. Razona tu respuesta.

a) 321	
b) 412	
c) 211	
d) 123	

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO Y MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE DOS O MÁS NÚMEROS

- El **mínimo común múltiplo (m.c.m.)** de varios números es el menor de los múltiplos comunes.
- Para calcular el **mínimo común múltiplo** de dos números: (*Ejemplo:* 36 y 60)

1.º Se descomponen los números en sus **factores primos**

$$36 = 2^2 \times 3^2 \quad 60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

2.º El **m.c.m.** es el producto de los factores primos **comunes y no comunes elevados al mayor exponente.**

$$\text{m.c.m.}(36,60) = 2^2 \times 3^2 \times 5 = 4 \times 9 \times 5 = 180$$

- El **máximo común divisor (m.c.d.)** de varios números es el mayor de los divisores comunes.
- Para calcular el **mínimo común múltiplo** de dos números: (*Ejemplo:* 36 y 60)

1.º Se descomponen los números en sus **factores primos**

$$36 = 2^2 \times 3^2 \quad 60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

2.º El **m.c.d.** es el producto de los factores primos **comunes elevados al menor exponente.**

$$\text{m.c.d.}(36,60) = 2^2 \times 3$$

7. Calcula el m.c.d y el m.c.m de los siguientes números:

a) 378 y 468	
--------------	--

b) 1620 y 270	
c) 2520 y 3300	
d) 180, 100 y 38	

8. Si el m.c.d. $(x, 108) = 6$, halla el menor valor de x .
9. El autobús que va a Burgos pasa por una cierta parada cada 90 minutos y el que va a Soria pasa por la misma parada cada 2 horas. Si acaban de coincidir ambos, ¿cuánto tardarán en volverlo a hacer?
10. Tres cuerdas de 8, 12 y 20 metros, respectivamente, se quieren cortar en trozos iguales. ¿Cuál es la máxima longitud que pueden tener los trozos? ¿Cuántos trozos se obtienen de cada cuerda?

11. Un teatro tiene un número de butacas comprendido entre 200 y 250. Sabemos que el número de entradas vendidas para completar la sala es múltiplo de 3, de 4 y de 10. ¿Cuántos asientos tiene el teatro?
12. El producto de dos números es 8 y su mínimo común múltiplo es 4. ¿Sabrías calcular su máximo común divisor? ¿Cuáles son dichos números?

OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS.

Suma y resta de números enteros

- a) Números precedidos del **mismo signo**: Se suman sus valores absolutos y se pone el mismo signo que tienen los números.

$$7 + 8 = 15$$

$$-6 + (-7) = -(6 + 7) = -13$$

- b) Números precedidos de **distinto signo**: Al de mayor valor absoluto se le resta el de menor valor absoluto y se pone el signo del número que tenga mayor valor absoluto.

$$4 + (-9) = -(9 - 4) = -5$$

$$-3 + 7 = +(7 - 3) = 4$$

- c) Resta de dos números enteros: Se le suma al primero el opuesto del segundo:

$$4 - (-5) = 4 + 5 = 9$$

$$8 - 6 = 8 + (-6) = 2$$

$$-2 - (-8) = -2 + 8 = 6$$

Producto y división de números enteros

Para multiplicar (o dividir) dos números enteros, multiplicamos (o dividimos) los números sin signo y después usamos la siguiente regla:

+	·	+	=	+
+	·	-	=	-
-	·	+	=	-
-	·	-	=	+

VALOR ABSOLUTO Y OPUESTO UN NÚMERO ENTERO.

- El valor absoluto de un número entero es ese mismo número **sin ningún signo**.
El valor absoluto de -5 es 5: $|-5| = 5$
El valor absoluto de 8 es 8: $|8| = 8$
- El opuesto de un número entero se consigue cambiando de signo a dicho número.
El opuesto de -6 es 6: $op(-6)=6$
El opuesto de 8 es -8: $op(8)=-8$

Operaciones combinadas con números enteros

1. Primero resolvemos los paréntesis que haya, así como el cálculo de valores absolutos y opuestos.
2. Después se realizan las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha.
3. Finalmente se realizan las sumas y restas.

13. Decide si las siguientes igualdades son ciertas o no. En caso de que no lo sean, corrige el error.

a) $2 \cdot 3 + 4 - 3 \cdot 2 = 4$

b) $7 \cdot (4 - 1) - 5 \cdot 2 - 3 = 7$

c) $6 - 4 \cdot (5 - 2) + 4 \cdot 3 - 5 = 13$

d) $-(-3) - 4 \cdot [6 - (-3)] + 2 - 5 \cdot 0 = -7$

14. Realiza las siguientes operaciones combinadas con números enteros.

a) $12 - 4 \cdot (-3) \cdot 2 + |-6|$

b) $12 \cdot |8| + (-5) \cdot |-3| \cdot (-8) + 5$

c) $5 + 3 \cdot (-2) - 8 + 2 \cdot 9 \cdot \text{Op}(3)$

d) $4 - \text{Op}(3) \cdot 5 \cdot (-2) - 5 - 4 \cdot (-6) \cdot 3$

e) $4 - 21 : (-3) + |-12| : (-3)$

f) $4 + \text{Op}(-7) - 18 : (-6) + 42 : 7 - 8$

g) $3 - (-1) \cdot [2 - 1 - (3 - 6)]$

h) $-11 \cdot [10 + (-7)] + 36 : [(-1) - (-10)]$

i) $-8 \cdot [5 - (-2)] - 48 : [6 + (-14)]$

j) $32 : [(-19) + 3] - 24 : [(-11) - (-5)]$

k) $-Op(-3) - 3 - |-4| + Op(Op(-1)) + |5|$

l) $|4 - 7| - 2 \cdot Op(10 - 4) + 4 \cdot |-72 : 6|$

m) $Op(|10 + 7 - |-5||) \cdot (-36 : |-4|)$

15. Coloca los paréntesis que sean necesarios para que las siguientes igualdades sean ciertas.

a) $13 - 6 + 5 = 2$

b) $8 - 6 + 5 = -3$

c) $4 + 8 - 3 - 9 = 18$

d) $10 - 8 - 15 + 2 - 6 = 21$

PROPIEDAD DISTRIBUTIVA Y FACTOR COMÚN.

Distributiva	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ $-2 \cdot (3 - 4) = -2 \cdot 3 + (-2) \cdot (-4) = -6 + 12 = 6$
Factor común	$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$ $3 \cdot 5 - 3 \cdot 2 + 3 \cdot 6 = 3 \cdot (5 - 2 + 6)$

16. Extrae el mayor factor común posible y realiza las siguientes operaciones.

a) $5 \cdot (-4) + 5 \cdot (-7)$

b) $7 \cdot (-12) + 7 \cdot (+8)$

c) $5 \cdot (+4) - 5 \cdot (-7) + 5 \cdot (+3)$

d) $18 - 12 + 24 - 6$

e) $14 - 21 - 7 \cdot (-11) + (-7) \cdot 5$

f) $150 - 240 + 360 - 280$

17. En un día de invierno, Burgos amaneció a tres grados bajo cero. A las doce del mediodía la temperatura había subido 7 grados, y hasta las cinco de la tarde subió otros 3 grados más. Desde esa hora hasta media noche bajó 5 grados, y de medianoche al amanecer, bajó 6 grados más. ¿A qué temperatura amaneció Burgos el siguiente día?

18. Calcula la edad con la que murió una persona que nació en el año 18 antes de Cristo y falleció en el año 45 después de Cristo.

19. La temperatura en el comedor principal de un restaurante es de 25°C , y en el interior del congelador de las cocinas es de 18°C bajo cero. ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre comedor y congelador?